

Kouzelná čísla II.

1. Ve videu se mluví o kouzelném čísle 8. Násobením číslem 8 dostaneme následující rovnosti, vykazující zajímavou symetrii:

$$\begin{aligned}
 1 \cdot 8 + 1 &= 9 \\
 12 \cdot 8 + 2 &= 98 \\
 123 \cdot 8 + 3 &= 987 \\
 1234 \cdot 8 + 4 &= 9876 \\
 12345 \cdot 8 + 5 &= 98765 \\
 123456 \cdot 8 + 6 &= 987654 \\
 1234567 \cdot 8 + 7 &= 9876543 \\
 12345678 \cdot 8 + 8 &= 98765432 \\
 123456789 \cdot 8 + 9 &= 987654321
 \end{aligned}$$

Umíte vysvětlit, proč jsou tyto součiny takto „symetrické“?

Spočteme-li si rozdíly sousedních čísel na pravé straně uvedených rovností, dostaneme

$$98 - 9 = 89, \quad 987 - 98 = 889, \quad 9876 - 987 = 8889, \dots$$

Vidíme tedy, že rozdíl dvou sousedních členů je tvaru **8...89**. Vzhledem k tomu, že násobíme číslem 8, můžeme toto číslo vyjádřit ve tvaru

$$8 \dots 89 = 1 \dots 11 \cdot 8 + 1$$

Nyní už je stačí vhodně upravit levou stranu uvedených rovností a kouzlo je odhaleno.

$$9 = 1 \cdot 8 + 1$$

$$98 = 12 \cdot 8 + 2 = 11 \cdot 8 + 1 \cdot 8 + 1 + 1 = 11 \cdot 8 + 1 + 1 \cdot 8 + 1 = 89 + 9$$

$$987 = 123 \cdot 8 + 3 = 111 \cdot 8 + 12 \cdot 8 + 2 + 1 = 111 \cdot 8 + 1 + 12 \cdot 8 + 2 = 889 + 98$$

$$9876 = 1234 \cdot 8 + 4 = 1111 \cdot 8 + 123 \cdot 8 + 3 + 1 = 8889 + 987$$

$$98765 = 12345 \cdot 8 + 5 = 11111 \cdot 8 + 1234 \cdot 8 + 4 + 1 = 88889 + 9876$$

⋮



2. Ve videu se mluví o kouzelném čísle 9. Násobením číslem 9 dostaneme následující rovnosti, které vykazují pozoruhodné souvislosti:

$$\begin{aligned}
 9 \cdot 9 + 7 &= 88 \\
 98 \cdot 9 + 6 &= 888 \\
 987 \cdot 9 + 5 &= 8888 \\
 9876 \cdot 9 + 4 &= 88888 \\
 98765 \cdot 9 + 3 &= 888888 \\
 987654 \cdot 9 + 2 &= 8888888 \\
 9876543 \cdot 9 + 1 &= 88888888 \\
 98765432 \cdot 9 + 0 &= 888888888
 \end{aligned}$$

Umíte tuto pozoruhodnost vysvětlit?

Spočteme-li si rozdíly sousedních čísel na pravé straně uvedených rovností, dostaneme

$$888 - 88 = 800, \quad 8888 - 888 = 8000, \quad 88888 - 8888 = 80000, \dots$$

Vidíme, že rozdíl dvou sousedních členů je tvaru $8\dots00$, tedy postupně přidáváme 800, 8000, 80000, atd. Vzhledem k tomu, že násobíme číslem 9, platí:

$$\begin{array}{r}
 89 \\
 \cdot 9 \\
 \hline
 801
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 889 \\
 \cdot 9 \\
 \hline
 8001
 \end{array}
 \quad \dots \quad
 \begin{array}{r}
 88\dots89 \\
 \cdot 9 \\
 \hline
 800 \dots 01
 \end{array}$$

Nyní už je stačí vhodně upravit levou stranu uvedených rovností a kouzlo je odhaleno.

$$\begin{aligned}
 88 &= 9 \cdot 9 + 7 \\
 888 &= 98 \cdot 9 + 6 = 89 \cdot 9 + 9 \cdot 9 + 6 = 801 + 9 \cdot 9 + 6 = 800 + 9 \cdot 9 + 7 \\
 8888 &= 987 \cdot 9 + 5 = 899 \cdot 9 + 98 \cdot 9 + 5 = 8001 + 98 \cdot 9 + 5 = 8000 + 98 \cdot 9 + 6 \\
 88888 &= 9876 \cdot 9 + 4 = 8999 \cdot 9 + 987 \cdot 9 + 4 = 80001 + 987 \cdot 9 + 4 = 80000 + 987 \cdot 9 + 5 \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$



Autoři: Eduard Fuchs, Pavel Tlustý, Eva Zelendová

Toto dílo je licencováno pod licencí Creative Commons [CC BY-NC 4.0]. Licenční podmínky navštivte na adrese [https://creativecommons.org/choose/?lang=cs].

