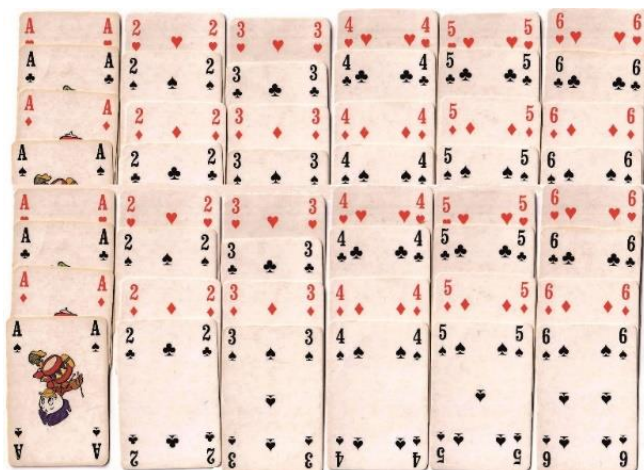
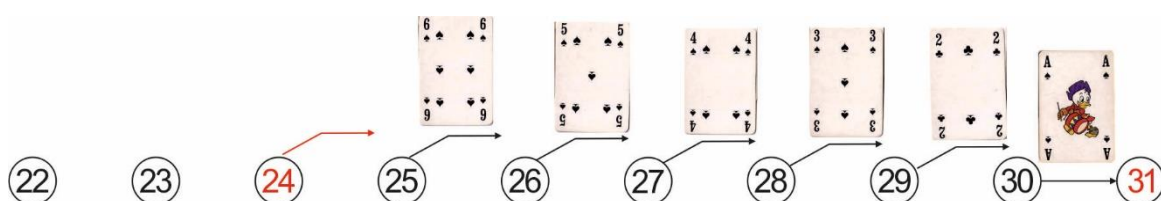


Hra 31

1. Dva hráči střídavě dávají na hromádku některou z karet na obrázku. Hodnota hromádky je dána součtem hodnot jednotlivých karet (eso má hodnotu 1). Vyhrává hráč, který první přidá takovou kartu, že hodnota hromádky je 31. Najděte vítěznou strategii, tj. postup, jak v této hře vyhrájet.

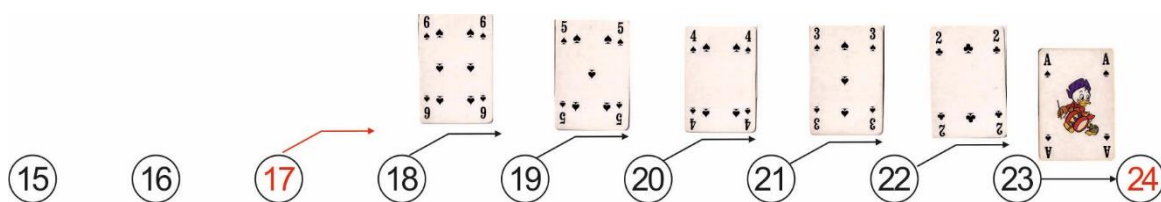


Jak máme postupovat, je zřejmé z obrázku 1. Pokud přidáme kartu a hodnota hromádky bude 25, 26, 27, 28, 29, nebo 30 bodů, tak prohrájeme, neboť náš soupeř přidáním odpovídající karty (viz obr. 1) dosáhne hodnoty 31. Pokud soupeři „předáme“ hromádku, jejíž hodnota je 24, tak vyhrájeme. Přidáním karty náš soupeř zvýší hodnotu hromádky na některé z čísel 25, ..., 30. Odtud již snadno dosáhneme na klíčovou hodnotu 31.



Obr. 1

K dosažení hodnoty 31 vede cesta přes hodnotu 24 a celá situace se opakuje (viz obr. 2).

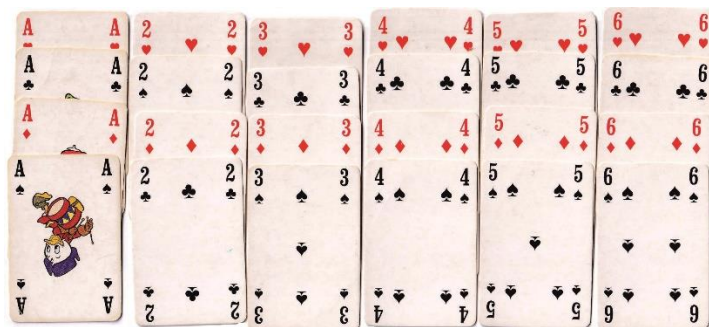


Obr. 2

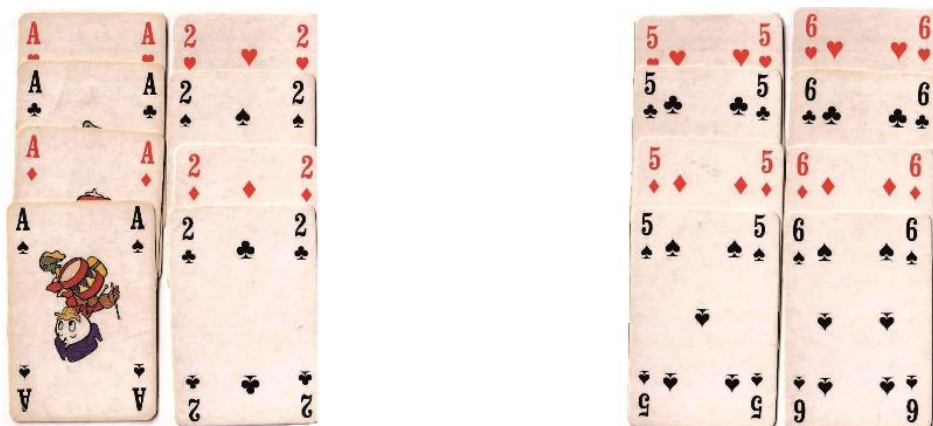
Vidíme, že další vyhrávající hodnotou je 17. Všimněte si, že $31 - 24 = 7$ a $24 - 17 = 7$. Odtud plynou i zbývající vítězné pozice, tj. $17 - 7 = 10$ a $10 - 7 = 3$. Tato hra je tedy vyhrávající pro začínajícího hráče, který položí jako první kartu trojku.





Uvědomte si ještě, proč při hledání vítězných pozic odečítáme právě číslo 7. Je to součet minimální a maximální hodnoty přikládaných karet. Viděli jsme, že pokud jsme ve vítězné pozici, tak další vítězná pozice má hodnotu o 7 větší. Jsme-li ve vítězné pozici, tak si vždy můžeme zabezpečit přechod do následující vítězné pozice (tj. aby součet dvou přidaných karet byl 7). Dá-li náš soupeř eso (hodnota 1), my dáme 6 a bude součet 7. Pokud dá náš soupeř 2, my dáme 5 a zase je součet 7, atd.

2. Hrajeme stejnou hru jako v první úloze, ale máme k dispozici následující soubor karet:



Jedná se o zdánlivě stejnou hru jako v předešlém případě. Uvědomte si, že v této situaci je počet karet omezen, tj. každá dvojice čísel (1 – 6, 2 – 5, 3 – 4) dávající součet 7 je v souboru jen čtyřikrát. Vzhledem k tomu, že $4 \cdot 7 = 28$ a my potřebujeme součet 31, je zřejmé, že nemůžeme sehrát celou hru jen s jedinou dvojicí. Začne-li tedy první hráč trojkou (což je optimální rozhodnutí plynoucí z řešení úlohy 1), dá druhý hráč čtyřku, první trojku, aby byl součet 10. Druhý hráč dá zase 4, atd. Po čtyřech kolech kdy první hráč dává jen 3 (drží se optimální strategie nalezené v první úloze) a druhý hráč jen 4, dostaneme součet 28 a na řadě je první hráč. K dispozici má jen následující soubor karet:





 Potřeboval by kartu s číslem 3, ale ta už není k dispozici. Může tedy přiložit eso nebo 2, ale
 

 v takovém případě vždy prohraje. V této hře je tedy výhodnější být druhým hráčem.



3. Dva hráči střídavě přičítají některé z přirozených čísel od 1 do 10. První hráč, který dosáhne součtu 100, vyhraje. Máte možnost zvolit si, zda chcete začínat (být prvním hráčem), nebo být druhým hráčem. Co si vyberete, pokud chcete vyhrát?

V tomto případě je vítěznou pozicí číslo 100. Vyjdeme z rozboru, který jsme provedli v první úloze. K průběžnému součtu může hráč přičíst minimálně 1, maximálně 10. Součet minimální a maximální možné hodnoty je tedy $10 + 1 = 11$. Z analogie s řešením úlohy 1 dostáváme, že další vítězné pozice vznikají postupným odečítáním 11 od čísla 100.

$$100 - 11 = 89, 89 - 11 = 78, 78 - 11 = 67, \text{ atd.}$$

Všechny vítězné pozice tedy jsou

$$100, 89, 78, 67, 56, 45, 34, 23, 12, 1.$$

Vidíme, že výhodnější je začínat (být prvním hráčem) a jako první číslo dát 1.



Autoři: Eduard Fuchs, Pavel Tlustý, Eva Zelendová

Toto dílo je licencováno pod licencí Creative Commons [CC BY-NC 4.0]. Licenční podmínky navštivte na adrese [<https://creativecommons.org/choose/?lang=cs>].

