

Matematika v hudbě – SŠ

Základním úkolem hudební akustiky je určit, které dvojjzvuky jsou libozvučné a které jsou nelibozvučné. Řešení našel už Pythagoras v harmonii celých čísel při svých pokusech s různě dlouhými napjatými strunami. Vytvořil teorii takzvaného pythagorejského ladění, které je založeno na poměrech frekvencí dvou tónů. Chcete-li se o ladění dozvědět více, prohlédněte si přiložený pracovní list.

Matematika kolem nás: Matematika v hudbě

Ve videu se mluví o tom, že výška jednoduchého tónu je dána jeho frekvencí. Čím vyšší je frekvence, tím má tón větší výšku. Slyšitelné zvukové vlnění má frekvenci od 16 Hz do 16 kHz. Poměrem frekvence daného tónu k frekvenci takzvaného základního tónu nazýváme relativní výškou tónu. V technické praxi se jako základní (referenční) tón používá tón o frekvenci 1 000 Hz.

1) V hudební akustice je za základní tón stanoven tón o frekvenci 440 Hz. Je označován jako a^1 nebo takzvaný *komorní a*. Relativní výšku neboli poměr dvou absolutních výšek vnímá ucho jako hudební interval. Základním intervalem je oktáva. Je to interval mezi dvěma tóny, jejichž poměr frekvencí je 2:1. Říkáme, že vyšší tón o relativní výšce 2 je oktávou k základnímu tónu (pro každé dvě „sousední“ oktávy platí, že oktáva vpravo má dvojnásobnou frekvenci tónu). Vypočítejte frekvence tónu a pro jednotlivé oktávy v tabulce 1.

	oktáva							
	subkontr a	kontr a	velk $á$	mal $á$	jedno- čárkovan $á$	dvou- čárkovan $á$	tří- čárkovan $á$	čtyř- čárkovan $á$
označen í	A_2	A_1	A	a	a^1	a^2	a^3	a^4
a					440			

Tab. 1

2) Máme celkem 12 tónů: $a, b, h, c, cis, d, dis, e, f, fis, g, gis$. Zahrajeme-li po sobě dva sousední tóny stupnice, vnímá sluch jejich interval stejně, ať zní v kterékoliv oktávě, což znamená, že poměr frekvencí dvou po sobě jdoucích tónů je konstantní.

a) Vypočítejte frekvence jednotlivých tónů v následující tabulce:

označení tónu	a	b	h	c^1	cis^1	d^1	dis^1	e^1	f^1	fis^1	g^1	gis^1	a^1
frekvence [Hz]	220												440

b) S využitím předchozích výsledků doplňte hodnoty frekvencí jednotlivých tónů v tabulce 2.

	oktáva							
	subkontra	kontra	velká	malá	jedno- čárkovaná	dvou- čárkovaná	tří- čárkovaná	čtyř- čárkovaná
<i>c</i>								
<i>cis</i>								
<i>d</i>								
<i>dis</i>								
<i>e</i>								
<i>f</i>								
<i>fis</i>								
<i>g</i>								
<i>gis</i>								
<i>a</i>	27,5	55	110	220	440	880	1 760	3 520
<i>b</i>								
<i>h</i>								

Tab. 2

3) Hodnoty frekvencí z tab. 2 najdou uplatnění i v mnoha jiných oblastech, než je hudba. Letící hmyz kmitá křídly, čímž vydává určitý zvuk. Křídlo představuje kmitající destičku vydávající tón určité frekvence. Chceme-li zjistit, kolikrát za sekundu kmitne daný hmyz křídly, stačí zjistit, jaký tón při letu vydává. Zjistěte, kolikrát za sekundu mávne křídly

- moucha domácí, pokud vydává tón f^1 ,
- čmelák, vydávající za letu tón a ,
- včela, která vydává tón a^1 ,
- komár, vydávající tón cis^2 .



Autoři: Eduard Fuchs, Pavel Tlustý, Eva Zelendová

Toto dílo je licencováno pod licencí Creative Commons [CC BY-NC 4.0]. Licenční podmínky navštivte na adrese [https://creativecommons.org/choose/?lang=cs].

