Logické úlohy a závislosti na přijímačky na SŠ

Procvičuj reálné příklady na přijímací zkoušky z matematiky.

**Cílem kapitoly Logické úlohy a závislosti** je rozvoj logického myšlení. Řešení jednotlivých typů úkolů podporuje rozvoj fantazie, kreativity a prostorové představivosti.

**Video:** [**Problémová úloha z přijímaček č. 16**](https://edu.ceskatelevize.cz/video/16303-problemova-uloha-z-prijimacek-c-16)

1. **Na obrázku vidíš několik čtvercových sítí složených z šedých a bílých čtverečků, které se pravidelně střídají. První čtvereček (vlevo shora) je vždy šedý, druhý bílý a tak dále. První síť se skládá z počtu 1×1 čtvereček, druhá síť z 2×2 čtverečků, třetí síť z 3×3 čtverečků.**



* 1. Pomocí proměnné *d* a *p* vyjádři závislost počtu šedých čtverečků *p* na délce strany sítě *d*

(pro síť 2×2 n = 2, síť 3×3 n = 3 atp.).

* 1. Z kolika šedých čtverečků se skládá čtvercová síť 50×50?
	2. Kolik bílých čtverečků obsahuje čtvercová síť 53×53?
	3. Kolik šedých čtverečků obsahují celkem sítě 24×24 a 25×25?
1. **Celkový počet kostek použitý na stavbu hradby souvisí s počtem věžiček. Každá věžička se skládá alespoň z jedné krychle (na obrázku znázorněné jako čtverec) a jedné stříšky – trojbokého hranolu (na obrázku znázorněný trojúhelníkem). Počet kostek roste podle určitého klíče. Odhal tento princip a odpověz na otázky:**
	1. Kolik kostek potřebujeme k výstavbě hradby o 30 věžičkách?
	2. Kolik celých věžiček postavíme z 15 000 kostek?
2. **Děti stavěly sněhuláka podle schématu na obrázku. Každý černý puntík na obrázku představuje knoflík, na sněhuláka postaveného ze dvou sněhových koulí tedy potřebujeme 3 knoflíky, na sněhuláka ze tří koulí 5 knoflíků a tak dále. Vypočítej:**
	1. Kolik knoflíků bude mít sněhulák postavený z 20 koulí, jestliže sněhulák o 19 koulích má 173 knoflíků?
	2. Kolik knoflíků bude mít sněhulák postavený z 16 koulí, jestliže sněhulák o 17 koulích má 137 knoflíků?
3. **V Obráceném městečku staví domy podle speciálních pravidel. Na obrázku vidíš schéma, pomocí nějž můžeš zjistit, jak v jednotlivých patrech domů přibývají okna. Využij obrázek a odpověz na otázky:**
	1. Kolik oken bude mít další patro domu?
	2. Kolik oken bude mít 50. patro, jestliže v 51. patře je 2 600 oken?
4. **Pan X si v roce 2018 koupil za všechny své úspory malý čtvercový pozemek. Měl plán, že každý rok za další úspory své území rozšíří. Dokupoval území tak, že se vždy u nového pozemku zvětšily strany předchozího pozemku dle následujících pravidel:**

rok 2018 původní pozemek

rok 2019 jedna strana větší o polovinu

druhá strana větší o třetinu

rok 2020 strana zvětšená o polovinu nyní zvětšená o třetinu

 strana zvětšená o třetinu nyní zvětšená o polovinu

rok 2021 obě strany zvětšené o třetinu

rok 2022 jedna strana zvětšená o třetinu

 druhá strana zvětšená o polovinu

rok 2023 obě strany zvětšené o polovinu

**Výsledné území má nyní výměru 28 800 m2. Vypočítej obsah původního pozemku.**

**ZÁVĚR**

Zamysli se a odpověz si na otázky:

* Které úkoly se mi dařilo vyřešit bez potíží?
* Který typ úlohy mi dělal potíže?
* Co nového mi práce přinesla?
* Co bych sám/sama sobě doporučil/a pro svůj další přínos v kapitole Problémové logické úlohy a závislosti??

Chceš-li, vybarvi vhodný emotikon pro vlastní sebereflexi:



**ŘEŠENÍ:**

Nejprve zjistíme, jak spolu souvisí počet čtverečků hrany sítě a počet šedých čtverečků.



síť 2×2: 2 šedé čtverečky, 2 bílé čtverečky

síť 3×3: 5 šedých čtverečků, 4 bílé čtverečky

síť 4×4: 8 šedých čtverečků, 8 bílých čtverečků

síť 5×5: 13 šedých čtverečků, 12 bílých čtverečků

Z předchozího je patrné, že síť skládající se ze sudého počtu čtverečků má polovinu čtverečků šedých a polovinu bílých, v „lichých“ sítích je pak vždy o jeden šedý čtvereček více než bílých.

* 1.
* POČET ŠEDÝCH ČTVEREČKŮ PRO *n* SUDÉ

p = $\frac{n^{2}}{2}$

* POČET ŠEDÝCH ČTVEREČKŮ PRO *n* LICHÉ

p = $\frac{n^{2}}{2}$ + 0,5

* 1. 50 je sudé číslo → p = $\frac{n^{2}}{2}$

p50 = $\frac{50^{2}}{2}$

p50 = 1 250 → šedých

**Odpověď: Čtvercová síť 50×50 se skládá z 1 250 šedých čtverečků.**

* 1. 53 je liché číslo → p = $\frac{n^{2}}{2}$ + 0,5

p53 = $\frac{53^{2}}{2}$ + 0,5

p53 = 1 405 → počet bílých čtverečků: 1 405 – 1 = 1 404

**Odpověď: Čtvercová síť 53×53 se skládá z 1 404 bílých čtverečků.**

* 24. SÍŤ

p24 = $\frac{n^{2}}{2}$

p24 = $\frac{24^{2}}{2}$

p24 = 288

* 25. SÍŤ

p25 = $\frac{n^{2}}{2}$ + 0,5

p25 = $\frac{25^{2}}{2}$ + 0,5

p25 = 303

p24 + p25 = 288 + 303 = 591

**Odpověď: Sítě 24×24 a 25×25 obsahují celkem 591 šedých čtverečků.**



1. 1 věž: 3 kostky

2 věže: 5 kostek

3 věže: 7 kostek

Vidíme, že každá hradba má o jednu kostku více, než je dvojnásobek počtu věží:

1 věž: 3 kostky → 2 · 1 + 1 = 3

2 věže: 5 kostek → 2 · 2 + 1 = 5

3 věže: 7 kostek → 2 · 3 + 1 = 7

n věží: p = 2n + 1 kostek p … počet kostek

* 1. n = 30

p = 2 · 30 + 1 = 61

**Odpověď: Na stavbu hradby o 30 věžích potřebujeme 61 kostek.**

* 1. p = 15 000, n = ?

p = 2n + 1 → n = $\frac{p-1}{2}$

n = $\frac{15 000 -1}{2}$

n = 7 499,5 → 7 499 celých věžiček

**Odpověď: Z 15 000 kostek postavíme 7 499 věžiček.**

1. Pro názornost si dokreslíme do řady dalšího sněhuláka:



Důležité je uvědomit si, že každý sněhulák má dva knoflíky použité na oči, zbylý počet knoflíků se mění (roste).



1 koule: 2 knoflíky → 0 +



2 koule: 3 knoflíky → 1 +



3 koule: 5 knoflíků → 3 +



4 koule: 8 knoflíků → 6 +



5 koulí: 12 knoflíků → 10 +

Každý další sněhulák v řadě má tolik knoflíků, jako je součet počtu koulí a knoflíků předchozího sněhuláka.

*(Příklad: Kolik knoflíků má sněhulák s pěti koulemi, jestliže sněhulák se čtyřmi koulemi má 8 knoflíků?*

p = 4 + 8 = 12)

* 1. 19 koulí: 173 knoflíků

20 koulí: 19 + 173 = 192

**Odpověď: Sněhulák postavený z 20 sněhových koulí má 192 knoflíků.**

* 1. 17 koulí: 138 knoflíků → 16 koulí: 138 – 16 = 122 knoflíků

**Odpověď: Sněhulák postavený ze 16 sněhových koulí má 122 knoflíků.**

1. Hledáme logickou souvislost mezi číslem patra a počtem oken na patře.

**1.** patro: 0 oken

**2.** patro: 3 okna → přibylo **1** + **2** oken k předchozímu počtu

**3.** patro: 8 oken → přibylo **2** + **3** oken k předchozímu počtu

**4.** patro: 15 oken → přibylo **3** + **4** oken k předchozímu počtu

**5.** patro: 24 oken → přibylo **4** + **5** oken k předchozímu počtu

* 1. **6.** patro: ? oken → přibyde **5** + **6** oken k předchozímu počtu → tedy celkem bude mít patro

24 + 5 + 6 = 35 oken

**Odpověď: 6. patro má 35 oken.**

* 1. 50. patro: ? oken

51. patro: 2 600 oken → přibylo 50 + 51 oken k předchozímu počtu → tedy 101 oken

VÝPOČET: 2 600 – 101 = 2 499 oken

**Odpověď: V 50. patře je 2 499 oken.**

1. Původní rozměry: x, x

rok 2019: $\frac{3}{2}$ x rok 2020: $\frac{3}{2}$ x · $\frac{4}{3}$ = $\frac{12}{6}$ = 2x rok 2021: 2x · $\frac{4}{3}$ = $\frac{8}{3}$ x

 $\frac{4}{3} $x $\frac{4}{3} $x · $\frac{3}{2}$ = $\frac{12}{6}$ = 2x 2x · $\frac{4}{3}$ = $\frac{8}{3}$ x

rok 2022: $\frac{8}{3}$ x · $\frac{4}{3}$ = $\frac{32}{9}$ x rok 2023: $\frac{32}{9}$ x$ · \frac{3}{2}$ = $\frac{96}{18 }$ x= **a**

 $\frac{8}{3}$ x · $\frac{3}{2}$ = $\frac{24}{6}$ = 4x 4x $· \frac{3}{2}$ = $\frac{12}{2}$ = **6x** = **b**

* STRANA PŮVODNÍHO POZEMKU

 S = **a** $· $**b**

28 800 = $\frac{96}{18 }x ·$ **6x**

28 800 = 32x2

 x2 = 900

 x = $\sqrt{900}$

 x = 30 m

* VÝMĚRA PŮVODNÍHO POZEMKU

S = x2

S = 302

S = 900 m2

**Odpověď: Původní pozemek měl obsah 900 m2.**

Autor: Kateřina Dreslerová

Toto dílo je licencováno pod licencí t Commons [CC BY-NC 4.0]. Licenční podmínky navštivte na adrese [https://creativecommons.org/choose/?lang=cs]